Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

средняя образовательная школа № 8 станицы Новорождественской

муниципального образования Тихорецкий район

имени Героя Советского Союза Георгия Алексеевича Бочарникова

**Научно-исследовательский проект**

на тему:«Финансовые задачи ЕГЭ №15»

Ученика 11 класса

Артемьева Никиты Константиновича

Руководитель проекта:

учитель математики

Ткачева Елена Васильевна

ст. Новорождественская

2023 - 2024 учебный год

Содержание

[Введение 3](#_Toc131788221)

[1. Основная часть 5](#_Toc131788222)

[1.1. Требуемые теоретические сведения 5](#_Toc131788223)

[1.1.1. Банк и его основные функции 5](#_Toc131788224)

[1.1.2. Ценные бумаги 5](#_Toc131788225)

[1.1.3. Доходы, выручка и прибыль 5](#_Toc131788226)

[1.1.4. Математическая модель 6](#_Toc131788227)

[1.1.5. Проценты 6](#_Toc131788228)

[1.1.6. Виды платежей 7](#_Toc131788229)

[1.1.7. Уравнения, неравенства и системы 7](#_Toc131788230)

[1.1.8. Арифметическая и геометрическая прогрессии 7](#_Toc131788231)

[1.1.9. Функция и производная (приложение 1) 8](#_Toc131788232)

[1.2. Виды задач и их практическое решение 9](#_Toc131788233)

[1.2.1. Вклады 10](#_Toc131788234)

[1.2.2. Аннуитетный платеж 12](#_Toc131788235)

[1.2.3. Задачи с таблицами 13](#_Toc131788236)

[1.2.4. Дифференцированный платеж 15](#_Toc131788237)

[1.2.5. Нестандартные задачи 17](#_Toc131788238)

[1.2.6. Смешанный платеж 18](#_Toc131788239)

[1.2.7. Оптимизация 20](#_Toc131788240)

[1.3. Анкетирование 23](#_Toc131788241)

[1.3.1. Результаты анкетирования 23](#_Toc131788242)

[1.3.2. Вывод 24](#_Toc131788243)

[Заключение 25](#_Toc131788244)

[Приложения 1-2 26](#_Toc131788246)

# Введение

В экзаменационных заданиях по **профильной математике** задача с экономическим содержанием присутствует во 2 части работы и, как правило, содержится под **№15**. Она относится к повышенному уровню сложности и оценивается максимально в 2 **балла**.

Для успешного решения подобных задач требуется не только владеть определенным математическим инструментарием, но и уметь строить простейшие математические модели по заданным условиям.

В отличие от других экзаменационных заданий, «экономические» задачи не отличаются большим разнообразием и встречаются лишь нескольких типов.

**Актуальность**: данная тематика очень актуальна для сдающих ЕГЭ по математике, потому что большинство стремится поступить в лучшие вузы России, чтобы изменить свою жизнь, связав ее с каким-нибудь направлением, которое принесет пользу. Решение экономических задач полезно, так как жизнь современного человека тесно связана с финансовыми операциями.

**Проблема**: проблема заключается в том, что довольно трудно найти хорошие пособия и правильно изложенную информацию о задачах ЕГЭ и решениях. ЕГЭ шаблонно, но даже в решениях этих задач есть своя идея.

**Цель**: цель моего проекта заключается в том, что я попытаюсь разъяснить многие понятия и разберу способы решений финансовых задач ЕГЭ № 15, для того чтобы другим было легче перенять мой опыт подготовки к ЕГЭ. Также я хочу показать, что разобраться можно во всем что угодно, главное правильный подходы к решению проблемы и упорство.

**Задачи**:

* Собрать информацию из различных источников по данной теме.
* Исследовать найденную информацию.
* Понять, принцип и способы решения экономических задач ЕГЭ, разобрав несколько экономических задач.
* Рассмотреть, к какому прогрессу придет обучение математике в школе, рассказав про различие уровня развития.
* Провести анкетирование между разными школами.
* Создать брошюру в виде учебно-методического пособия.
* Обобщить данную информацию и сделать выводы.
* Защитить проект.

**Объект**: экономические задачи ЕГЭ.

**Гипотеза**: хочется предположить, что в итоге моей работы, большинство сдающих поймут, что к ЕГЭ по профильной математике намного легче подготовиться, а также, чтобы некоторые люди пополнили опыт и расширили свои знания в сфере финансовой грамотности и математики.

**Метод исследования**: теоретический, практический, аналитический.

# Основная часть

## Требуемые теоретические сведения

Для решения финансовых задач необходимо понимать алгоритм решения экономических задач. Для этого нам нужно разобраться в некоторых понятиях, основных положениях коммерческого банка, ценных бумаг, производства и, конечно же, математики.

### Банк и его основные функции

Для ЕГЭ нам нужно знать, что такое коммерческий банк.

**Коммерческий банк** — кредитная организация, осуществляющая банковские операции для юридических и физических лиц (расчётные, платёжные операции, привлечение вкладов, предоставление ссуд)

Основные услуги банка, применяющиеся в задачах ЕГЭ.

**Вклад** — это денежная сумма, которую клиент передает на хранение банку и получает от этого доход в виде начисленных процентов.

**Кредит** – это ссуда, предоставленная кредитором (банком) заемщику под определенные проценты за пользование деньгами.

### Ценные бумаги

В некоторых задачах ЕГЭ поднимают вопрос о том, как именно работают акции.

**Акции** — это наиболее популярный инструмент инвестирования. С помощью акций клиент получает дивидендный доход, который начисляется на его счёт за кокой-то период. Стоимость акции может увеличиваться или падать в цене в зависимости от состояния рынка.

### Доходы, выручка и прибыль

В профессиональной литературе **доходом** называют увеличение экономической выгоды, которое приводит к росту капитала бизнеса. Такая выгода возникает в результате поступления в компанию активов (денег, имущества), а также вследствие погашения ею своих обязательств (уплаты долгов).

Надо признать, что это объяснение не слишком понятное. Если говорить простыми словами, то доход – это то, что компания получает в результате своей работы. Общий доход складывается из двух частей:

* Из поступлений, связанных с основной деятельностью, то есть с реализацией производимой продукции, перепродажей товаров, оказанием услуг или выполнением работ;
* Из иных доходов, которые называют внереализационными, поскольку они не связаны с тем, чем компания обычно занимается.

**Выручка** - сумма денежных средств, поступившая за реализацию продукции или товара, за произведённые работы либо оказанные услуги в рамках основной деятельности компании.

**Доход = Выручка от реализации + Внереализационные доходы**

**Прибыль** – это разность между доходом бизнеса и его расходами. То есть сумма затрат – это то, чем отличается доход (либо выручка) от прибыли.

### Математическая модель

В блоке задачах по экономике мы будем воспроизводить данные задачи в математическую модель, с помощью которой мы найдем определенные закономерности: применение арифметической и геометрической прогрессий, функций, производной и другое.

**Математическая модель** — концепция представления реальности математическим способом, вариант схемы как комплекса, изучение которого позволяет человеку обрести знания о некой другой системе. Математическая модель была создана для того, чтобы проанализировать и предугадать поведение любых объектов, явлений.

### Проценты

Процентами очень удобно пользоваться на практике, так как они выражают части целых чисел в одних и тех же сотых долях. Это даёт возможность упрощать расчеты и легко сравнивать части между собой и с целыми. Наибольшую популярность проценты приобрели в банковской сфере.

Например: 13% от 257 – это 0,13\*257=33,41

При решении задач необходимо понимать механизм начисления процентов. Например, если банк выдаёт кредит (***S***) клиенту, то через год клиент должен банку не только сумму кредита, но и некий процент (***r***). **(1+0,01r)S=S+S\*0,01r**

### Виды платежей

В задачах ЕГЭ фиксируется три основных вида платежей (обычно их функции применяются к задачам по кредитам, но также их функции мы можем заметить и в других прототипах экономических задач):

**Фиксированный -** платеж, который чётко оговариваются в условии задачи.

**Аннуитетный** — платеж (тип выплат), при котором вы каждый месяц перечисляете банку одну и ту же сумму.

**Дифференцированный** — это платеж, размер которого уменьшается с каждым месяцем. При этом доля процентов и тела кредита остаётся неизменной.

### Уравнения, неравенства и системы

Уже было сказано, что при решении финансовых задач ЕГЭ мы будем пользоваться математической моделью, поэтому их решение основывается на использовании уравнений, неравенств и различных систем. Для этого нужны знания 8-9 классов.

### Арифметическая и геометрическая прогрессии

Прогрессии мы будем чаще всего использовать в задачах по вкладам и кредитам (на аннуитетный и дифференцированный платеж). Прогрессии мы изучали в 9 классе.

**Арифметическая прогрессия** — это числовая последовательность - ***a1, a2,.., an***, для которой для каждого натурального n выполняется равенство:

*an+1= an + d*, где*d* — это разность арифметической прогрессии.

* Формула n-члена арифметической прогрессии: $a\_{n}=a\_{1}+d×(n-1)$
* Формула n первых членов арифметической прогрессии: $S\_{n}=\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2}×n$

**Геометрическая прогрессия** - это последовательность *b****n***, в которой каждый последующий член можно найти, если предыдущий член умножить на одно и то же число ***q***.

* Формула n-члена геометрической прогрессии: $b\_{n}=b\_{1}×q^{n-1}$
* Формула суммы первых n-членов геометрической прогрессии: $S\_{n}=\frac{b\_{1}×(q^{n}-1)}{q-1}$

### Функция и производная (приложение 1)

Работать с функциями, производной и экстремумами мы будем в таких типах финансовых задач, как смешанные платежи, оптимизация, рост акций. Решать экономические задачи мы будем аналитическим способом.

**Функция** — это определенное действие над переменной.

Если взять величину (***х)***, и как-то над ней поработать, то можно получить соответствующую величину (***у***).

В технической литературе можно встретить такие определения функции для устройств, в которых на вход подается ***х***, а на выходе получается ***у***. Схематично это выглядит так:

***x*** ***y***

 ***f(x)***

Поэтому слово **функция** используют и в далеких от математики областях. В экономической сфере мы часто будем работать с функцией.

Работая с функциями, мы должны будем искать их рост и падение, то есть работать со скоростью изменения функции в данной конкретной точке, поэтому мы вынуждены искать производную функции. Процесс нахождения производной называется **дифференцированием**.

Производные для 10 и 11 класса может включать только элементарные часто встречающиеся функции. Поэтому приведем стандартную таблицу производных (Таблица №1). Элементарные функции можно складывать, умножать друг на друга, находить их разность или частное — словом, выполнять любые математические операции. Но для этого существуют определенные правила (Рисунок №1).

Экстремум в математике — максимальное или минимальное значение функции на заданном множестве (Рисунок №2). Точки максимума и минимума функций нам понадобятся, когда мы будем искать максимальный или минимальный доход, затраты на работу и другое.

## Виды задач и их практическое решение

Задание 15 Профильного ЕГЭ по математике — «экономическая» задача. Как мы уже поняли, речь пойдет о деньгах. О кредитах и вкладах. О ситуациях, где нужно узнать, при каких значениях переменной будет максимальна прибыль или минимальны издержки. С 2022 года задание 15 оценивается на ЕГЭ в 2 первичных балла.

1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи, то есть правильно построена математическая модель. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию. Предъявленный текст должен включать и описание того, как построена модель, и направление, «продолжаемое» до верного решения.

Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи. Здесь предполагается завершенное, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь – вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или пробелы в описании составления модели.

Я подразделил все финансовые задачи ЕГЭ на **6 определенных типов**, каждый из которых имеет свою особую специфику:

1. Задача на вклады.
2. Задачи на аннуитетный платеж.
3. Задания, в условии которых присутствует таблица.
4. Задачи на дифференцированный платеж.
5. Экономические задачи (нестандартные).
6. Задачи на смешанный платеж.
7. Задачи на оптимизацию.

На мой взгляд, самые легкие задачи – **тип №1,2,3,4**, потому что они решаются с применение одних и тех же математических стандартных моделей (арифметическая и геометрическая прогрессия).

Вторым по сложности хочется выделить задачи со смешанным типом платежей (**тип № 6**), так как здесь нужно думать, как именно применить математическую модель, не запутавшись в количествах n-члена, не потеряв присутствующие условия и смысл задачи.

Экономические задачи и задачи на оптимизацию (**тип № 5,7**) являются самыми сложными и нестандартными, здесь каждый должен обладать всеми требуемыми теоретическими требованиями для успешного решения. Этот тип задач является самым сложным, так как почти каждая задача индивидуальна, требует от сдающего развитого математического аппарата, так как нет определенных алгоритмов решения. Именно в этих задачах мы будем работать с функциями и производными, сложным счетом, решением, трудным условием.

### Вклады

Задачи на вклады считаются самыми простыми, так как здесь условие задачи сводиться в несложную математическую модель, чаще всего решаются в одно составленное уравнение.

**Задача № 1**

Владимир поместил в банк 3600 тысяч рублей под 10% годовых. В конце каждого из первых двух лет хранения после начисления процентов он дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу третьего года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 48,5%. Какую сумму Владимир ежегодно добавлял к вкладу?

**Решение:**

*S*=3600 тыс. руб. – вклад; *x* – сумма, на которую пополнялся вклад; вклад взят под *r*=10% годовых; S+0,485S=1,485S – конечная сумма; найти x-?

$$\left(\left(S×\left(1+0,01r\right)+x\right)×\left(1+0,01r\right)+x\right)×\left(1+0,01r\right)=1,485S$$

Где *+ x* – добавление суммы к вкладу; (1+0,01*r*)=1,1– увеличение вклада на 10%.

$$S×(1+0,01r)^{3}+x×(1+0,01r)^{2}+x×\left(1+0,01r\right)=1,485S$$

$3600×1,1^{3}+x×1,1^{2}+x×1,1=3600×1,485$→→ $x=240$

**Ответ:** 240 тыс. руб.

**Задача № 2**

Саша положил некоторую сумму в банк на 4 года под 10% годовых. Одновременно с ним Паша такую же сумму положил на два года в другой банк под 15% годовых. Через два года Паша решил продлить срок вклада еще на 2 года. Однако к тому времени процентная ставка по вкладам в этом банке изменилась и составляла уже *r*% годовых. В итоге через четыре года на счету у Паши оказалась большая сумма, чем у Саши, причем эта разность составила менее 10% от суммы, вложенной каждым первоначально. Найдите наибольшее возможное целое значение процентной ставки.

**Решение:**

S – сумма вклада Саши и Паши; $1,1^{4}×S=1,4641S$руб. - к концу 4 года хранения денежные средств на счету Саши; $1,15^{2}S×(1+0,01p)^{2}$ руб. - к концу 4 года хранения денежных средств на счету Паши; Разность образованных сумм обоих вкладов $<$ 0,1*S →→*

$1,15^{2}S×(1+0,01p)^{2}-1,1^{4}×S=1,4641S<0,1S$поделим на S

$1,15^{2}×\left(1+0,01p\right)^{2}-1,1^{4}=1,4641<0,1 \rightarrow \rightarrow $p$<$8,7 $\rightarrow \rightarrow $

Поскольку условием задачи требуется найти наибольшее возможное целое значение процентной ставки, таким значением будет число 8.

**Ответ:** 8%.

### Аннуитетный платеж

**Задача № 3**

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 147 000 рублей. Условия его возврата таковы: каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга. Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен двумя равными платежами, то есть за два года?

**Решение:**

S=147000 руб – сумма взятого кредита; x – выплата за кредит (все они равны); кредит взят под r=10% годовых; всего было 2 равные выплаты:

$$\left(S×\left(1+0,01r\right)-x\right)×\left(1+0,01r\right)-x=0$$

$\left(147000×1,1-x\right)×1,1-x=0$$\rightarrow \rightarrow $$x=169400$

**Ответ:** 169400 рублей

**Задача № 4**

В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 220 тысяч рублей. Условия его возврата таковы: каждый январь долг возрастает на *r*% по сравнению с концом предыдущею года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 220 тысяч рублей; выплаты в 2030 и 2031 годах равны; к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью. Найдите *r*, если известно, что долг будет выплачен полностью и общий размер выплат составит 420 тысяч рублей.

**Решение:**

В первые три года платим только за накопленные проценты - $220×0,01r$; поэтому денег будет уплачено банку в первые три года - $3×220×0,01r$; на четвертый год сумма долга осталась прежней; за последние два года должник заплатит за кредит двумя равными платежами – x; общий размер выплат составит 420 тысяч рублей. Составим математическую модель в виде системы

$\left(220×\left(1+0,01r\right)-x\right)×\left(1+0,01r\right)-x=0$ *–* выплаты в 2030 и 2031 г.

$3×220×0,01r+2x=420$ *–* весь платеж

Решив систему уравнений, найдем, что *r*=20%.

**Ответ:** 20%

### Задачи с таблицами

**Задача № 5**

15 января Алексей планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1,5 млн рублей. Условия его возврата следующие: 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на *r* процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где *r*  — целое число; выплата должна производиться ежемесячно в период со 2-го по 14-е число каждого месяца; 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей. Найдите наименьшее значение *r*, при котором Алексею в общей сумме придётся выплатить больше 2,2 млн рублей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Дата** | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 |
| **Долг (млн рублей)** | 1,5 | 1,2 | 1 | 0,7 | 0,5 | 0,3 | 0 |

**Решение:**

S=1,5 млн рублей – сумма взятого кредита; x1,x2,x3,…,x6 – выплаты за кредит; кредит взят под r% годовых ($r\in Z$, где r наименьшее); Алексею в общей сумме придётся выплатить больше 2,2 млн рублей; (1+0,01*r*)– увеличение долга каждый месяц; в соответствии с данной нам таблицей и условием составим и решим систему уравнений:

|  |  |
| --- | --- |
| $1,5×\left(1+0,01r\right)-x\_{1}=1,2$ | $$1,5×\left(1+0,01r\right)-1,2=x\_{1}$$ |
| $$1,2×\left(1+0,01r\right)-x\_{2}=1$$ | $$1,2×\left(1+0,01r\right)-1=x\_{2}$$ |
| $$1×\left(1+0,01r\right)-x\_{3}=0,7$$ | $$1×\left(1+0,01r\right)-0,7=x\_{3}$$ |
| $$0,7×\left(1+0,01r\right)-x\_{4}=0,5$$ | $$0,7×\left(1+0,01r\right)-0,5=x\_{4}$$ |
| $$0,5×\left(1+0,01r\right)-x\_{5}=0,3$$ | $$0,5×\left(1+0,01r\right)-0,3=x\_{5}$$ |
| $$0,3×\left(1+0,01r\right)-x\_{6}=0$$ | $$0,3×\left(1+0,01r\right)=x\_{6}$$ |

$$x\_{1}+x\_{2}+x\_{3}+x\_{4}+x\_{5}+x\_{6}=сумма всех выплат=5,2×\left(1+0,01r\right)-3,7$$

$сумма всех выплат>2,2$ →→ $5,2×\left(1+0,01r\right)-3,7>2,2$

Решив неравенство найдем, что $r>13\frac{24}{52}$ ; r должно быть целым наименьшим числом, поэтому r=14%.

**Ответ:** 14%

**Задача № 6**

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке в размере *S* тыс. рублей, где *S*  — натуральное число, на 3 года. Условия его возврата таковы каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей. Найдите наименьшее значение *S*, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
| Долг(в тыс. рублей) | *S* | 0,7*S* | 0,4*S* | 0 |

**Решение:**

S – сумма взятого кредита ($S\in N$); x1,x2,x3– все выплаты за кредит каждый год (каждая выплата – целое число); кредит взят под r=15% годовых; (1+0,15)=1,15– увеличение долга каждый год; в соответствии с данной нам таблицей и условием составим и решим систему уравнений:

|  |  |
| --- | --- |
| $S×1,15-x\_{1}=0,7×S$ | $$x\_{1}=0,45S$$ |
| $$0,7×S×1,15-x\_{2}=0,4×S$$ | $$x\_{2}=0,405S$$ |
| $$0,4×S×1,15-x\_{3}=0$$ | $$x\_{3}=0,46S$$ |

каждая из выплат составляет целое число тысяч рублей, поэтому:

$0,45S=\frac{9}{20}S$ *;*$0,405S=\frac{81}{200}S$*;*$0,46S=\frac{23}{50}S$и S *→* наименьшее общее кратное = 200 (чтобы все выплаты были целыми), следовательно, S=200 тысяч рублей.

**Ответ:** 200 тысяч рублей

### Дифференцированный платеж

**Задача № 7**

15-го января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы: 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на *r*% по сравнению с концом предыдущего месяца; со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите *r*.

**Решение:**

S – сумма ссуды взятой в банке; n=39 месяцев – время за которое нам необходимо отдать кредит; кредит взят под r% годовых; (1+0,01r) – увеличение долга каждый месяц; сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит, она = 1,2S, а это значит, что всего начислено процентов на сумму = 1,2S-S=0,2S; каждый месяц долг уменьшается на $x=\frac{S}{n}=\frac{1}{39}$ ; поэтому запишем математическую модель для суммы, которая идет на погашение начисленных процентов:

$$S×\frac{r}{100}+\frac{38}{39}S×\frac{r}{100}+\frac{37}{39}S×\frac{r}{100}+…+\frac{1}{39}S×\frac{r}{100}=0,2S$$

Заметим, что мы можем применить формулу суммы n-члена арифметической прогрессии:

$\frac{r}{100}×(1+\frac{38}{39}+\frac{37}{39}+…+\frac{1}{39})=0,2$ → $\frac{r}{100}×\left(\frac{\left(1+\frac{1}{39}\right)}{2}×39\right)=0,2$

Решив уравнение, найдем, что r=1%.

**Ответ:** 1%.

**Задача № 8**

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы: каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга; в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года. На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 7,5 млн рублей?

**Решение:**

S=5 млн руб – сумма ссуды взятой в банке; n – время за которое нам необходимо отдать кредит; кредит взят под r=20% годовых; (1+0,2)=1,2 – увеличение долга каждый год; сумма выплат после полного погашения кредита = 7,5 млн руб; каждый месяц долг уменьшается на $x=\frac{S}{n}=\frac{5}{n}$; поэтому запишем математическую модель для суммы, которая идет на погашение начисленных процентов:

Сумма начисленных процентов=7,5-5=2,5 млн руб.

$\frac{S}{n}=\frac{5}{n} \rightarrow 5-\frac{5}{n}=\frac{5n-5}{n}=\frac{5×(n-1)}{n}$ *-* уменьшение долга на один и тот же процент

$$5×0,2+\frac{5×(n-1)}{n}×0,2+\frac{5×(n-2)}{n}×0,2+…+\frac{5}{n}×0,2=2,5$$

Заметим, что мы можем применить формулу суммы n-члена арифметической прогрессии:

$5×0,2×(1+\frac{n-1}{n}+\frac{n-2}{n}+…+\frac{1}{n})=2,5\rightarrow $$\frac{(1+\frac{1}{n})}{2}×n=2,5$

Решив уравнение, найдем, что n=4 года.

**Ответ:** 4 года

### Нестандартные задачи

**Задача № 9**

В регионе *A* среднемесячный доход на душу населения в 2014 году составлял 43 740 рублей и ежегодно увеличивался на 25%. В регионе *B* среднемесячный доход на душу населения в 2014 году составлял 60 000 рублей. В течение трёх лет суммарный доход жителей региона *B* увеличивался на 17% ежегодно, а население увеличивалось на *m*% ежегодно. В 2017 году среднемесячный доход на душу населения в регионах *A* и *B* стал одинаковым. Найдите *m*.

**Решение:**

Регион А: доход на душу населения в 2014 году = 43740руб, а в 2017 году = 43740×1,253 руб

Регион В: Пусть k – количество человек → 60000k – суммарный доход в 2014 году; 60000k×1,73 – суммарный доход в 2017 году; население увеличивалось на m% ежегодно → k – население в 2014 году; $k×(1+\frac{m}{100})^{3}$ – население в 2017 году; $\frac{60000k×1,7^{3}}{k×(1+\frac{m}{100})^{3}}$ - средний доход на душу населения в регионе В →

$\frac{60000×1,7^{3}}{(1+\frac{m}{100})^{3}}=43740×1,25^{3}$→ Решив уравнение, найдем, что m=4%.

**Ответ:** 4%.

**Задача № 10**

Два брокера купили акции одного достоинства на сумму 3640 р. Когда цена на эти акции возросла, они продали часть акций на сумму 3927 р. Первый брокер продал 75% своих акций, а второй 80% своих. При этом сумма от продажи акций, полученная вторым брокером, на 140% превысила сумму, полученную первым брокером. На сколько процентов возросла цена одной акции?

**Решение:**

P – цена акции; x –купил 1-ый количество акций, а y – купил 2-ой количество акций; на r% выросли акции; (1+0,01*r*)– увеличение акции;

$\left(x+y\right)×P=3640$ – столько стоили акции.

$\left(x+y\right)×P×(1+0,01r) $ - столько стали стоит акции.

Они продали часть акций на сумму 3927 рублей. Первый брокер продал 75% своих акций, а второй 80% своих:$ \left(0,75x+0,8y\right)×P×\left(1+0,01r\right)=3927$

Сумма, полученная вторым брокером, на 140% превысила сумму, полученную первым брокером: $\left(1+1,4\right)×P×\left(1+0,01r\right)×0,75x=P×\left(1+0,01r\right)×0,8y$ .

Из двух этих выводов составим и решим систему:

$\left(1+1,4\right)×P×\left(1+0,01r\right)×0,75x=P×\left(1+0,01r\right)×0,8y$

$$\left(0,75x+0,8y\right)×P×\left(1+0,01r\right)=3927$$

Решив систему, найдем, что r=37,5%.

**Ответ:** 37,5%.

### Смешанный платеж

**Задача № 11**

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 26 месяцев. Условия возврата таковы: 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца; со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; 15-го числа каждого месяца с 1-го по 25-й долг должен быть на 20 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца; к 15-му числу 26-го месяца кредит должен быть полностью погашен. Какой долг будет 15-го числа 25-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1407 тысяч рублей?

**Решение:**

S тысяч рублей – сумма ссуды взятой в банке на 26 месяцев; каждый месяц долг возрастает на r=3%; с 1-25ый месяц мы платим по 20 тыс руб; в 26-ом месяце мы заплатим за оставшийся процент и не погашенную часть долга; сумма выплат после полного погашения кредита = 1407 тыс руб.

$S×0,03+\left(S-20\right)×0,03+\left(S-2×20\right)×0,03+…+\left(S-25×20\right)×0,03$– это все не погашенные проценты (все начисленные проценты).

$$1407=S+S×0,03+(S-20)×0,03+(S-2×20)×0,03+…+(S-25×20)×0,03$$

Заметим, что мы можем применить формулу суммы n-члена арифметической прогрессии:

$$1407=S+0,03×(\frac{S+S-25×20}{2}×26)$$

$S=900$- сумма ссуды взятой в банке; $S-25×20=400$ тыс руб.

**Ответ:** 400 тыс. руб.

**Задача № 12**

15-го декабря планируется взят кредит в банке на 1200 тысяч рублей на (*n*+1) месяцев. Условия его возврата таковы: 1-го числа каждого месяца долг возрастает на *r* % по сравнению с концом предыдущего месяца; cо 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; 15-го числа каждого месяца с 1-го по *n*-й долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца; 15-го числа *n*-го месяца долг составит 400 тысяч рублей; к 15-му числу (*n*+1)-го месяца кредит должен быть полностью погашен. Найдите *r*, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1288 тысяч рублей.

**Решение:**

S=1200 тысяч рублей – сумма ссуды взятой в банке на (n+1) месяцев; каждый месяц долг возрастает на r%; с 1-n-ый месяц мы платим по 80 тыс руб; в n-ом месяце не погашенная часть долга = 400 тыс руб; сумма выплат после полного погашения кредита = 1288 тыс руб.

1288-1200=88 тыс руб – процент накопленный по остатку, который мы должны заплатить сверху кредита;

$$88=1200×\frac{r}{100}+\left(1200-80\right)×\frac{r}{100}+\left(1200-2×80\right)×\frac{r}{100}+…+(1200-n×80)×\frac{r}{100}$$

$1200-n×80=400$ → n=10 месяцев

Заметим, что мы можем применить формулу суммы n-члена арифметической прогрессии:

$88=\frac{r}{100}×(\frac{1200+400}{2}×(10+1))$ → r=1%.

**Ответ:** 1%

### Оптимизация

**Задача № 13**

В двух областях есть по 250 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,2 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи *x* кг алюминия в день требуется *x*2 человеко-часов труда, а для добычи *y* кг никеля в день требуется *y*2 человеко-часов труда. Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причём 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую суммарную массу металлов можно добыть в двух областях за сутки?

**Решение:**

В 1 области все люди добывают Al (так как Al добывают больше Ni, потому что нам важно количество кг, а не сам металл); 250×5×0,2=250кг металла в 1 области.

Для 2-ой области составим специальную таблицу, с помощью которой найдем зависимость и связь между людьми и металлом, после чего составим функцию:

Пусть a – количество людей добывающих Al, → (250-а) – количество людей добывающих Ni; Тогда 5×a=x2 – человеко-часы на Al, а (250-а)×5=y2 - человеко-часы на Ni;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Люди  | Человеко-часы | Металл  |
| Al | Ni | Al | Ni | Al | Ni |
| a | 250-а | 5×a | (250-а) ×5 | $$\sqrt{5×a}$$ | $$\sqrt{(250-а)×5}$$ |

Заметим зависимость преобразований: x2 → $\sqrt{}$ → x

 чел-часы → $\sqrt{}$ → металл

 5×a → $\sqrt{}$ → $\sqrt{ 5×a}$

Поэтому $f\left(a\right)=\sqrt{5×a}+\sqrt{(250-а)×5}$ – найдем наибольшую массу металла, то есть найдем максимальное значение функции с помощью производной: $f^{,}\left(a\right)=0$ → аmax=125 – наибольшее значение функции.

125 рабочих будут добывать Al, поэтому 250-125=125 рабочих будут добывать Ni; Подставив в *f*(*a*) найденное а=50 и получим, что Общая масса металлов составляет 250 + 50 = 300 кг.

**Ответ:** 300 кг.

**Задача № 14**

Зависимость объёма *Q* (в шт.) купленного у фирмы товара от цены *Р* (в руб. за шт.) выражается формулой$Q=15000-P$, $1000\leq P\leq 15000$Доход от продажи товара составляет *РQ* рублей. Затраты на производство *Q* единиц товара составляют $3000Q+5000000$рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену товара на 20%, однако её прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

**Решение:**

 $Q=15000-P$ – ЗАВИСИМОСТЬ.

*РQ*-3000*Q*- 5000000 – ПРИБЫЛЬ.

Подставим Q в нижнее уравнение прибыли: $P×\left(15000-P\right)-3000×\left(15000-P\right)- 5000000=-P^{2}+18000P-5000000$ – мы получили квадратичную функцию; ветви вниз → наибольшее значение принимает в вершине: $P\_{max}=\frac{-b}{2a}=\frac{-18000}{-2}=9000$ – наилучшая цена за товар;

Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену товара на 20%, однако её прибыль не изменилась, поэтому:

$$-(0,8)^{2}×P^{2}+0,8×18000P-5000000=-P^{2}+18000P-5000000$$

Решив уравнение и учтив ограничение ($1000\leq P\leq 15000$), найдем что при этом P1=10000 – цена товара вначале → P2=8000 – новая цена товара;

$\frac{P\_{max}-P\_{2}}{P\_{2}}=\frac{9000-8000}{8000}=0,125$*; →* нужно увеличить сниженную цену на 12,5%.

**Ответ:** 12,5%.

## Анкетирование

Анкетирование было проведено весной 2023 между учащимися 10-11 классов (все учащиеся сдают ЕГЭ по профильной математике). В опросе было задействовано несколько школ: группа №1 - Краснодарский лицей (всего 16 участников 10-11классов с физ-мат направлением); группа №2 - Краснодарская гимназия (11 участников из 11класса с математическим направлением); группа №3 – 2 Сельских школ Краснодарского края (14 участников из 10-11классов). Вопросы по анкетированию отображены в приложении 2.

### Результаты анкетирования

На первый вопрос были даны ответы, где самый высокий средний балл был у первой группы респондентов (82балла); выпускники второй группы тоже показали хороший результат (74балла); респонденты третьей и четвертой групп показали самые низкие средние баллы (54балла). (График №1).

На второй вопрос были получены следующие ответы (График №2). Эти результаты указывают на то, где в школах ученики относятся к подготовке серьезнее и мотивирование.

На третий, четвертый и пятый вопрос были даны следующие ответы (График №3,4,5). Экономическую задачу (тип 1,2,3,4 и 6) большинство респондентов не считают трудной, так почти каждый умеет ее решать. Но вот задачи на оптимизацию и нестандартные задачи (тип 5 и 7) умеет решать не каждый сдающий, что и требовалось доказать, так как этот тип задач редко попадается на основной волне ЕГЭ. Обычно эти задачи добавляют в резервные и досрочные дни сдачи.

Большая часть учеников готовиться с репетиторами (График №6).

Ответы на 7 вопрос указывают нам на то, что самыми сложными являются задачи под номером 18, а самыми легкими под номером 15. (График №7) Экономическую задачу большинство респондентов не считают трудной, но почему тогда низкий процент её выполнения (опираясь на процент ее выполнения на ЕГЭ). Скорее всего, проблема заключается в допущении вычислительных ошибок, так как в этих задачах нужно производить достаточно сложные расчеты без калькулятора.

* + 1. Вывод

Потребность в исследовании, конечно, есть. По результатам анкетирования мы можем сказать, что потребность в улучшении школьного образования велика. Многие не могут решить даже самые легкие стандартные экономические задачи (тип 1,2,3,4), хотя и начинали подготовку к этому номеру. Оптимизация на основной волне ЕГЭ еще ни разу не попадалась, поэтому малая часть сдающих готовится к задачам этого типа. Самая сложная задача - № 18 по теории чисел, потому что она занимает большое количество времени на экзамене. Более подробно ознакомиться с результатами анкетирования можно в приложении 2.

# Заключение

В данной работе были рассмотрены основные теоретические требования и разобраны все типы финансовых задач ЕГЭ. В процессе исследования научился решать задачи разных видов, нашел оптимальные способы решения для себя. Изучил много теории за 10-11 класс.

Умение производить процентные расчеты в современном мире необходимы каждому человеку. Проценты затрагивают финансовую и социологическую стороны нашей жизни. Их знание помогает в развитии практических способностей, применяемых в обычной жизни. Изучение банковских процентов может способствовать развитию таких навыков как экономичность и расчетливость. Также, решая эти задачи, многие разберутся, что кредиты в большинстве случаев не выгодно оформлять.

Я надеюсь, что моя работа будет полезна учителям математики и учащимся, сдающим ЕГЭ.

# Приложения 1-2

Приложение 1

Таблица №1



Рисунок №1 Рисунок №2

 

Приложение 2

**Вопросы к анкетированию:**

1. На сколько баллов написали последний пробник?
2. Готовились ли вы к 15 номеру?

А) Да Б) Нет В) будут готовиться

1. Умеете ли вы решать №15 (типы№1,2,3,4)

А) Да Б) Нет

1. Умеете ли вы решать №15 (тип№6)

А) Да Б) Нет

1. Умеете ли вы решать №15 (тпи№5,7)

А) Да Б) Нет

1. Как вы готовитесь к ЕГЭ?

А) Самостоятельно Б) С репетитором В)Онлайн-курсы Г) Еще не начали подготовку

1. Какую задачу вы считаете самой сложной (выбирать только те задачи, которые вы пробовали решать)?

А)17 Б)16 В)18 Г)13 Д)15

График №1 График №2

График №3 График №4

График №5 График №7

График №6