Содержание:

ВВЕДЕНИЕ.. 2

1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ 4

2 ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.. 6

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 9

Список использованных источников 1011

ПРИЛОЖЕНИЯ.. 12

ВВЕДЕНИЕ

Экзаменационная работа ОГЭ по математике состоит из двух частей: первая часть - 19 заданий с кратким ответом, вторая часть – 6 заданий с развёрнутым ответом. Для получения удовлетворительной оценки необходимо набрать 8 баллов, 2 балла из которых за задания по геометрии.

Понятно, что всего знать невозможно. А часто встречаются такие ученики, которые и не думают включаться в учебу. Поэтому, у меня возник вопрос: «Нельзя ли в заданиях, где предлагаются варианты ответов, выбрать наугад и при этом получить удовлетворительную отметку за экзамен?». Заинтересовались вопросом и другие мои одноклассники. А обязательно ли знать многое, или достаточно быть удачливым?

Цель: определить вероятность получения удовлетворительной отметки на ОГЭ по математике путем угадывания правильного ответа.

Задачи:

1) изучить теоретический материал для подсчета вероятности, используя справочную литературу и ресурсы интернета;
2) разработать тесты по математике в формате ОГЭ для учащихся 9-х классов с выбором ответов;
3) апробировать тесты на уроке математики;
4) вычислить теоретическую вероятность выполнения теста на удовлетворительную оценку и практическую;
5) проанализировать и обобщить результаты тестирования.

В экзаменационной работе в заданиях №7 и №13 предлагается четыре варианта ответа, из которых верный только один, и в задании №11 надо соотнести номер ответа к букве с заданием. Мы решили провести исследование и выяснить вероятность получения удовлетворительной отметки для разных видов тестов. Таким образом мы выдвинули предположение о том, что выбор ответов наугад не может обеспечить удовлетворительную отметку за отдельные тестовое работы и за весь экзамен.

Практическая значимость данной работы состоит в том, чтобы помочь обучающимся осознать важность учения, так как согласно проведенному исследованию, получить удовлетворительную отметку за экзамен путем угадывания маловероятна.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Опр. Теория вероятностей – это раздел математики, изучающий закономерности случайных явлений: случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними.

Основное понятие теории вероятностей – ***вероятность***.

При изучении явлений, мы проводим эксперименты, в ходе которых происходят различные события, среди которых различают: достоверные, невозможные, равновероятные, случайные.

Опр. Событие В называют ***достоверным*** в некотором испытании, если в ходе этого испытания оно обязательно произойдет.

Пример: событие В – при одном бросании игральной кости, выпадет одно из шести чисел 1,2,3,4,5,6.

Опр. Событие С называют ***невозможным*** в некотором испытании, если в ходе этого испытания оно никогда не произойдет.

Пример: событие С – при однократном бросании игральной кости, выпадет число большее 6. Это невозможно.

Опр. ***Равновероятными*** называют события, которые при данных условиях в некотором испытании имеют одинаковые шансы для наступления.

Пример: при однократном бросании симметричной монеты выпадет орёл. Монета имеет две стороны и всего два исхода, поэтому вероятности выпадения орла или решки равны.

Опр. Событие А называют ***случайным*** в некотором испытании, если в ходе этого испытания оно может произойти или не произойти.

Пример: событие А – при однократном бросании игральной кости выпадет четное число. Четное число может выпасть, а может выпасть нечетное число.

Опр. ***Несовместными*** событиями называются события, одновременное появление которых невозможно.

Опр. События называются ***независимыми***, если их возникновение не зависит от какого-либо другого события.

Пример: событие А – при первом броске симметричной монеты выпадет орёл, событие В – при втором броске выпадет опять орёл.

Опр. ***Суммой*** двух случайных событий А и В называется событие, которое наступает тогда и только тогда, когда наступает хотя бы одно из событий А или В. Записывается: А+В.

Опр. ***Произведением*** двух событий А и В называется событие, которое наступает тогда и только тогда, когда наступают оба события А и В. Записывается: А · В.

На уроках «Вероятности и статистики» мы изучили классическое определение вероятности.

Опр. ***Вероятностью*** Р(А) события А в испытании с равновозможными элементарными исходами называется отношение числа исходов m, благоприятствующих событию A, к числу исходов n всех исходов испытания:

$$P(A) = \frac{m}{n}, \text{где } m \leq n \ (1).$$

Из формулы (1) следует, что

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

Так же на уроках мы узнали формулу нахождения вероятности для несовместных событий: Р(А+В) = Р(А) + Р(В) и для независимых событий: Р(А·В) = Р(А) · Р(В).

При решении вероятностных задач часто приходится сталкиваться с многократными повторами испытаний и исход каждого испытания независим от исходов других. Такой эксперимент называется схемой повторных независимых испытаний или схемой Бернулли. Данная схема названа в честь выдающегося швейцарского математика Якоба Бернулли, выведшего формулу для нахождения вероятности появления случайного события:

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m} \text{ (2)},$$

где $P_n(m)$ – вероятность, что событие A появится ровно m раз в n испытаниях,

n – число испытаний,

p – вероятность появления события A в одном испытании,

q – вероятность не появления события A в одном испытании.

На уроках «Вероятности и статистики» в разделе комбинаторика мы узнали, что число сочетаний выражается формулой: $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$. Тогда заменим в (2):

$$P_n(m) = \frac{n!}{m!\,(n-m)!} p^m q^{n-m}$$

Данную формулу я применял при расчете вероятности получения удовлетворительной отметки при выполнении теста.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

В эксперименте принимали участие 15 девятиклассников.

Всё исследование мы разбили на несколько этапов:

1) составление тестов по заданиям №7, №11, №13 из ОГЭ;

2) апробация тестов, проверка и анализ результатов;

3) вычисления вероятностей выполнения заданий;

4) общий вывод.

На первом этапе мы занялись составлением тестов разной структуры. Мы решили проверить, как будет отличаться вероятность получения удовлетворительной отметки в зависимости от количества вариантов ответа. Понятно, что вероятность уменьшится, если правильных вариантов будет несколько как, например, в №11 или №19 задания ОГЭ по математике.

Решили составить тесты (прототипы №7 и №13 из ОГЭ) с четырьмя вариантами ответа, из которых только один верный. И составили тест (прототипы №11 из ОГЭ), в котором есть задания с выбором одного, двух верных ответов их четырех вариантов, задания на расстановку ответов в нужном порядке.

Все задания взяты на сайте Решу ОГЭ [9]. Тесты и таблица ответов представлены в приложении 2.

Тест «Числовые неравенства, координатная прямая» *(прототипы заданий №7)* состоит из 6 вопросов, чтобы получить отметку «удовлетворительно», учащемуся необходимо набрать 3 балла и более.

Тесты «Неравенства, системы неравенств» *(прототипы заданий №13)* и «Графики функций» *(прототипы заданий №11)* состоят из 5 вопросов, чтобы получить отметку «удовлетворительно», учащемуся необходимо набрать 3 балла и более.

Для подтверждения гипотезы исследования, учащимся на уроках математики были предложены работы в тестовой форме. Их задачей было наугад выбрать правильный ответ. Далее сравним теоретические подсчеты с реальными данными.

Наше исследование является задачей случайных событий в независимых испытаниях, поэтому для обработки данных использовалась формула Бернулли.

$$P_n(m) = \frac{n!}{m!\,(n-m)!} p^m q^{n-m}$$

Согласно этой формуле, мы должны выбрать событие А. Рассчитаем вероятность для каждого отдельного теста.

1. Тест с четырьмя вариантами ответа (прототипы №7).

Событие A: верный ответ в одном вопросе. Тогда $P(A) = \frac{1}{4} = p$, тогда $q = 1 - p = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. Чтобы получить удовлетворительную отметку, необходимо набрать минимум 3 балла, значит $m = 3, n = 6$.

$$P_6(3) = \frac{6!}{3!(6-3)!} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{6-3} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6}{1\cdot2\cdot3\cdot1\cdot2\cdot3} \cdot \frac{1}{64} \cdot \frac{27}{64} = 20 \cdot \frac{1}{64} \cdot \frac{27}{64} \approx 0{,}13.$$

Экспериментально один тестируемый смог получить отметку 3.

$$P = \frac{1}{15} \approx 0{,}07$$

2. Тест с четырьмя вариантами ответа (прототипы №13).

Событие A: верный ответ в одном вопросе. Тогда $P(A) = \frac{1}{4} = p$, тогда $q = 1 - p = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. Чтобы получить удовлетворительную отметку, необходимо набрать минимум 3 балла, значит $m = 3, n = 5$.

$$P_5(3) = \frac{5!}{3!(5-3)!} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{5-3} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} \cdot \frac{1}{64} \cdot \frac{9}{16} = 10 \cdot \frac{1}{64} \cdot \frac{9}{16} \approx 0{,}09.$$

Экспериментально 3 тестируемых смогли получить отметку 3.

$$P = \frac{3}{15} = 0{,}2$$

3. Тест с выбором одного, двух верных ответов их четырех вариантов, задания на расстановку ответов в нужном порядке (прототипы №11).

- Задания в тесте (№1 и №2), где надо выбрать для двух утверждений верный ответ из четырёх предложенных вариантов.

Событие A: верный ответ в первом утверждении из четырёх вариантов, тогда $P(A) = \frac{1}{4}$.

Событие B: верный ответ во втором утверждении из оставшихся трёх вариантов, тогда $P(B) = \frac{1}{3}$.

Чтобы получить верный ответ, надо чтобы наступили оба события A и B, т.е. событие A · B, тогда $P(\mathrm{A} \cdot B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$.

- Задания в тесте (№3 и №4), где надо выбрать один верный ответ из четырёх предложенных вариантов.

Событие A: верный ответ в задании, тогда $P(A) = \frac{1}{4}$.

- Задание в тесте (№5), где надо расставить в нужном порядке три ответа из трёх предложенных вариантов.

Событие A: верный ответ в задании. Все возможные варианты комбинаций три из трёх: $\mathrm{P}_3 = 3!$.

Вероятность этого события $P(A) = \frac{1}{3!} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$.

Чтобы получить удовлетворительную отметку за весь тест, необходимо набрать минимум 3 балла, значит решить хоты бы три задания верно.

События С: хотя бы три задания верно. Событие В: верно менее трёх заданий. Эти два события являются *противоположными*, т.е. Р(С) = 1 – Р(В).

Для вычисления Р(В) мы перебрали все комбинации:

Варианты	*Комбинации вероятности*	*Сумма*
Только два ответа верно	$\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{12}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}$ $\frac{1}{12}\cdot\frac{11}{12}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}$ $\frac{1}{12}\cdot\frac{11}{12}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}\cdot\frac{11}{12}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}\cdot\frac{11}{12}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{6}$ $\frac{11}{12}\cdot\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}\cdot\frac{1}{12}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}\cdot\frac{1}{12}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{6}$ $\frac{11}{12}\cdot\frac{11}{12}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}\cdot\frac{11}{12}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{6}$	$\approx 0{,}16$
Только один ответ верный	$\frac{1}{12}\cdot\frac{11}{12}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}\cdot\frac{1}{12}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}\cdot\frac{11}{12}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}\cdot\frac{11}{12}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}\cdot\frac{11}{12}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{6}$	$\approx 0{,}41$
Нет верных ответов	$\frac{11}{12}\cdot\frac{11}{12}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}$	$\approx 0{,}39$

$$\mathrm{P(B)} \approx 0{,}16 + 0{,}41 + 0{,}39 = 0{,}96.$$

$$\mathrm{P(C)} = 1 - 0{,}96 = 0{,}04$$

Экспериментально 2 тестируемых смогли получить отметку 3.

$$P = \frac{2}{15} \approx 0{,}13$$

Вывод: вероятность получения удовлетворительной отметки в тесте, выполняя его методом угадывания, очень мала – практически нулевая. Результаты практических экспериментов и их теоретическое обоснование подтверждают это.

Выдвинутая гипотеза, что выбор ответов наугад не может обеспечить удовлетворительную отметку за отдельные тестовое работы и за весь экзамен, верна. Тем более, что в экзаменационной работе ОГЭ по математике заданий с выбором ответов всего 4, а для сдачи экзамена необходимо решить минимум 8 заданий.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведя данное исследование, мы можем сделать вывод о том, что только планомерная, вдумчивая и добросовестная учеба в школе позволит обучающимся 9х классов успешно подготовиться к государственной итоговой аттестации и сдать экзамен. Ведь, не научившись учиться в школе, будет очень трудно обучаться на более высоких ступенях.

Таким образом, гипотеза исследования подтверждена, цель работы достигнута и задачи выполнены.

Список использованных источников

1. Лоэв М. Теория вероятностей. М.: ИЛ, 1962

2. Митропольский А.К. Техника статистических вычислений (2-е изд.). М.: Наука, 1971

3. Невё Ж. Математические основы теории вероятностей. М.: Мир, 1982

4. Новейший справочник школьника. Г.П.Шалаева — М.: СЛОВО; Эксмо, 2005. — 736с.

5. Энциклопедический словарь юного математика./Сост. А.П.Савин. — М.: Педагогика, 1985. — 352с., ил.

6. Кожухов И.Б., Прокофьев А.А. Математика. Полный справочник. – М.: Махаон, 2005.-352 с. – (Для школьников и абитуриентов)

7. http://ru.wikipedia.org/

8. http://www.teorver.ru/vvedenie-v-teoriyu-veroyatnostej/

9. https://math-oge.sdamgia.ru