

Муниципальное Общеобразовательное учреждение
Тверская гимназия №8

IV Международный конкурс исследовательских работ школьников
“Удивительный мир” 2025/26

Проект
«Исследование фигур Хладни»

Выполнил: Костюченко Константин Васильевич

ученик 11 класса

Руководитель: Покатович Оксана Александровна

учитель физики

2025-2026 учебный год
г. Тверь

СОДЕРЖАНИЕ

АННОТАЦИЯ.....	3
ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. Возникновение и изучение фигур Хладни: от первых экспериментов к научному осмыслению	6
2. Обоснование образования фигур Хладни.....	8
3. Описание установки по наблюдению фигур Хладни.....	15
4. Эксперимент по обнаружению зависимости между получаемым изображением фигур и частотой.....	16
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	19
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	20

АННОТАЦИЯ

Данная работа посвящена исследованию фигур Хладни – визуальных проявлений колебаний на поверхности пластин, возникающих при воздействии звуковых волн. Целью работы является изучение закономерностей образования этих фигур в зависимости от частоты колебаний, а также построение экспериментальной установки для их наблюдения. С использованием методов экспериментальной физики, проведено исследование зависимости между частотой колебаний и формой образующихся фигур Хладни. Полученные результаты позволяют глубже понять природу колебаний и волн, а также визуализировать сложные физические явления.

Ключевые слова: фигуры Хладни, колебания, звуковые волны, частота, резонанс, экспериментальная установка.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования фигур Хладни обусловлена необходимостью визуализации физических явлений, связанных с колебаниями и волнами. Фигуры Хладни, являясь наглядным представлением резонансных колебаний, позволяют исследовать частотные характеристики материалов, а также демонстрировать принципы волновых процессов. В современном образовании и науке визуализация играет важную роль в понимании сложных концепций, поэтому изучение и демонстрация фигур Хладни представляет практический интерес.

Фигуры Хладни могут применяться как в образовательных целях, медицине, строительстве, так и в арт-объектах и дизайне.

Эрнст Хладни в своём письме рассказывал об остроумном применении его фигур строителем Кобленце: для соединения отверстий в каменной плите лестницы, перед началом сверления её снизу, строитель посыпал плиту песком, который при сверлении немного разрежался, точно указывая место для встречного сверления сверху.

А холмы, построенные по фигурам Хладни, помогают уменьшить акустическое воздействие железнодорожного транспорта на нас.

Фигуры чаще всего используются в создании музыкальных инструментов и резонаторов, исследовании вибро-акустических характеристик энергоустановок. Они помогают узнать, как колеблются те или иные поверхности, в зависимости от их материала. Ещё фигуры позволяют увидеть резонансы, которые играют важную роль в определении звука инструмента. Это помогает мастеру придавать согласованность инструментам, а также работать с тембром, балансом и мощностью.

В наши же дни учёные выяснили, что при воздействии высокочастотных звуковых сигналов можно изменить генетическую структуру тела, что может привести к излечению раковых и аутоиммунных заболеваний.

Область исследования работы – колебания и волны, резонансные явления, визуализация физических процессов.

Целью работы является исследование зависимости между частотой колебаний и формой фигур Хладни, а также создание действующей установки для демонстрации этих фигур.

Задачи работы:

1. Изучить историю открытия и теоретические основы образования фигур Хладни.
2. Обосновать физические принципы, лежащие в основе формирования фигур Хладни.
3. Разработать и собрать экспериментальную установку для наблюдения фигур Хладни.
4. Провести серию экспериментов по исследованию зависимости между частотой колебаний и формой образующихся фигур Хладни.
5. Проанализировать полученные результаты и сделать выводы о закономерностях формирования фигур Хладни.

Проблема проекта – выявление зависимостей между частотой колебаний и формой фигур Хладни, а также разработка эффективной и наглядной экспериментальной установки.

Используемые методы:

- Анализ научной литературы.
Экспериментальная физика.
Методы визуализации и компьютерного моделирования (опционально, если применяются).

Результат проекта (продукт) – действующая экспериментальная установка для демонстрации фигур Хладни и отчет об исследовании зависимости между частотой и формой фигур.

1. Возникновение и изучение фигур Хладни: от первых экспериментов к научному осмыслению

В конце XVIII столетия, на фоне активного развития науки и искусства, ученые и музыканты уделяли все больше внимания изучению природы звуковых волн и их свойств. Исследования охватывали различные аспекты акустики, от математического описания колебаний (Галилео Галилей) до определения скорости звука (Марен Мерсенн), изучения волновых принципов (Христиан Гюйгенс) и анализа механических колебаний (Исаак Ньютон) и других. Одним из интересных направлений стало исследование видимых проявлений звука и вибрации, известное как киматика.

Киматика изучает визуализацию звуковых колебаний на поверхностях, таких как пластины, мембранны или диафрагмы. Визуализация происходит, когда на поверхность наносится тонкий слой мелкодисперсного материала (песок, порошок, жидкость), который под воздействием вибрации формирует определенные узоры в областях максимального и минимального смещения. Ярким примером таких явлений служат фигуры Хладни.

История изучения фигур Хладни берет свое начало в экспериментах немецкого физика Эрнста Хладни (1756-1827) (рисунок 1), который систематически исследовал акустические явления. В своей работе «Открытия по теории звука» (1787) Хладни подробно описал свои наблюдения и эксперименты с металлическими пластинами, на поверхности которых формировались удивительные геометрические узоры под воздействием звуковых колебаний.



Рисунок 1 – Эрнст Хладни

В ходе экспериментов Хладни насыпал тонкий слой песка на металлическую пластину и возбуждал колебания, проводя смычком по ее краю. Воз-

никающие звуковые волны заставляли песок перемещаться по поверхности пластины и формировать сложные геометрические фигуры. Узоры, получившие название фигур Хладни, менялись в зависимости от формы пластины, способа ее крепления, а также от частоты, силы и места приложения воздействия. Например, на квадратных пластинах при низких частотах возникали простые фигуры вроде креста или квадрата, а на круглых пластинах – звездообразные узоры.

Интересно, что в XIX веке скрипичные мастера начали использовать метод Хладни для оценки качества дек. Песок, помещенный на поверхность деки, под воздействием звука формировал фигуры, отражающие её вибрационные характеристики. Это позволяло мастерам сравнивать и настраивать деки для достижения более качественного звучания.

Опыты Хладни вызвали значительный интерес, как в научных кругах, так и среди широкой публики. Его лекции и демонстрации привлекали внимание ученых и любителей науки, стремящихся повторить его эксперименты. Когда Хладни представил свои фигуры Французскому национальному институту в 1809 году, они вызвали изумление, особенно у Пьера-Симона Лапласа. Наполеон Бонапарт пожелал лично увидеть повторение этих опытов и выделил Хладни средства на перевод его работы "Акустика" на французский язык.

В заключение стоит отметить, что фигуры Хладни можно наблюдать не только на квадратных, но и на круглых, шести- и восьмиугольных пластинах, причем узоры становятся более сложными и разнообразными в зависимости от формы пластины.

2. Обоснование образования фигур Хладни

Фигуры Хладни представляют собой узоры, образующиеся из скоплений мелких частиц, таких как песок, вблизи линий, где колебания на поверхности вибрирующей упругой пластины минимальны (узловые линии). Эти фигуры названы в честь немецкого физика Эрнста Хладни, который впервые их обнаружил.

Изначально случайно рассыпанный песок начинает перемещаться по поверхности пластины под действием вибрации, образуя разнообразные геометрические формы — от простых до сложных узоров. Вид этих фигур определяется формой и способом крепления пластины, а также интенсивностью и способом возбуждения колебаний (например, прикосновением смычка или пальца для фиксации колебаний и образования узлов).

Например, на квадратных пластинах при низких частотах вибрации чаще возникают простые узоры, такие как кресты, квадраты или круги. На круглых пластинах формируются различные звездообразные фигуры. Эти геометрические структуры, созданные звуком на поверхности, получили название фигур Хладни (рисунок 2).

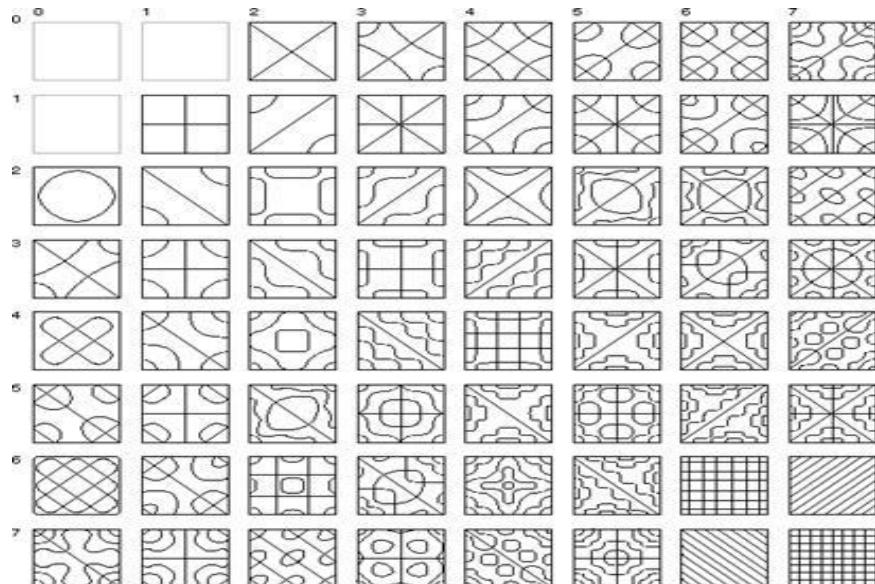


Рисунок 2 - Фигуры Хладни

Фигуры Хладни используются для изучения собственных частот колебаний в различных устройствах, таких как диафрагмы телефонов, микрофонов и громкоговорителей. Они также применяются в дефектоскопии (методе топографии) для оценки состояния изделий, например пластин или оболочек. Фактически, фигуры Хладни отображают линии нулевых колебаний (узловые линии) при нормальных колебаниях упругой пластины (рисунок 3).

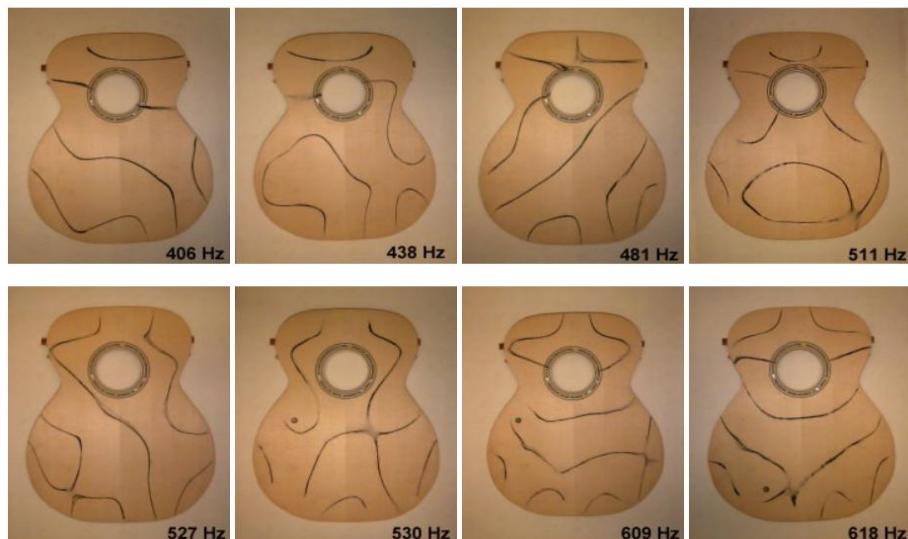


Рисунок 3 - Несколько фигур Хладни на верхней деке гитары

Интересно, что на квадратных или более сложных пластинах узловые линии в фигурах Хладни обычно не пересекаются. Для понимания этой особенности необходимо обратиться к основам теории хаоса.

Классический хаос характеризуется высокой чувствительностью механических систем к начальным условиям, известной как «эффект бабочки». Это означает, что даже незначительные изменения в начальных условиях могут привести к существенным различиям в дальнейшем поведении системы. Примером хаотического поведения является предсказание погоды, где малые ошибки в начальных данных экспоненциально увеличиваются, делая долгосрочные прогнозы очень сложными.

Явление хаоса было открыто и популяризировано Эдвардом Лоренцем, метеорологом и математиком, который показал, что два прогноза погоды, начинающиеся с очень похожих начальных условий, быстро расходятся.

Аналогом являются хаотические бильярды, где траектории шарика, начинаяющиеся с небольшими различиями, со временем существенно расходятся. Примером может служить бильярд Синая - прямоугольный бильярд с круглым препятствием в центре, которое делает его хаотическим (рисунок 4).

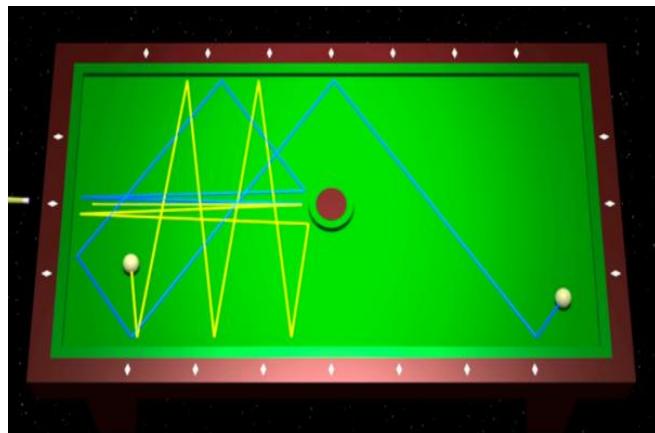
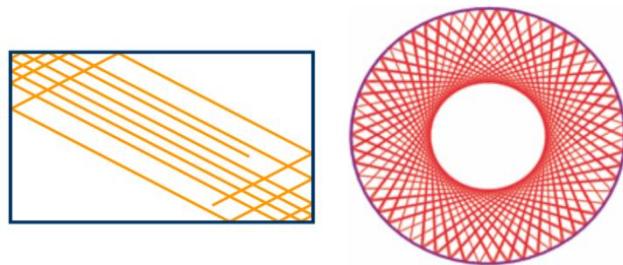


Рисунок 4 - Две экспоненциально расходящиеся траектории шарика в бильярде Синая

Механические системы, не демонстрирующие хаотическое поведение, называются интегрируемыми. В бильярдах примерами интегрируемых систем являются прямоугольный и круглый бильярды, чья симметричная форма позволяет описать движение шарика комбинацией независимых периодических движений (рисунок 5).



Рисунки 5 - Угловое движение по окружности вокруг центра

Более сложные формы бильярдов, не обладающие такой симметрией, являются хаотическими. Примерами являются бильярд Синая, бильярд "стадион" и бильярд в форме улитки Паскаля. Движение шарика в таких бильяр-

дах запутанное и не разлагается на простые периодические компоненты (рисунок 6).

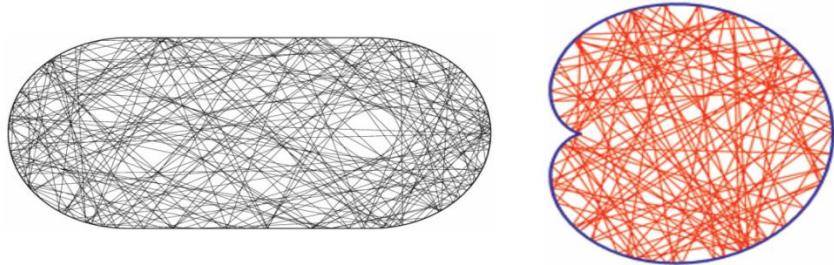


Рисунок 6 - Траектории движения шарика в хаотических бильярдах «стадион» и «улитка Паскаля»

Из этого можно предположить, что наличие пересечений в фигурах Хладни связано с тем, является ли форма пластины интегрируемой или хаотической. Это хорошо видно на фотографиях рисунка 7, где демонстрируются свойства хаотических бильярдов на пластинках Хладни в форме стадиона, корпуса скрипки и квадрата с круглым креплением (аналог бильярда Синая).

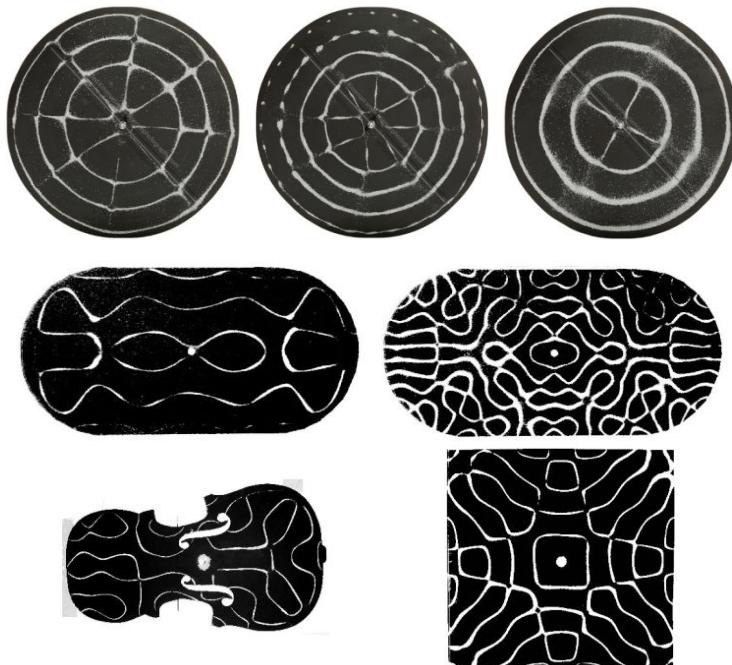


Рисунок 7 - Круглые пластиинки Хладни, демонстрирующие свойства интегрируемых бильярдов

Для объяснения отсутствия пересечений между узловыми линиями в хаотических билльярдах необходимо обратиться к квантовой теории хаоса, которая объединяет теорию хаоса с волновой механикой. В квантовой механике движение шарика описывается как распространение волны, подчиняющейся уравнению Шредингера и отражающейся от стенок билльярда (рисунок 8).

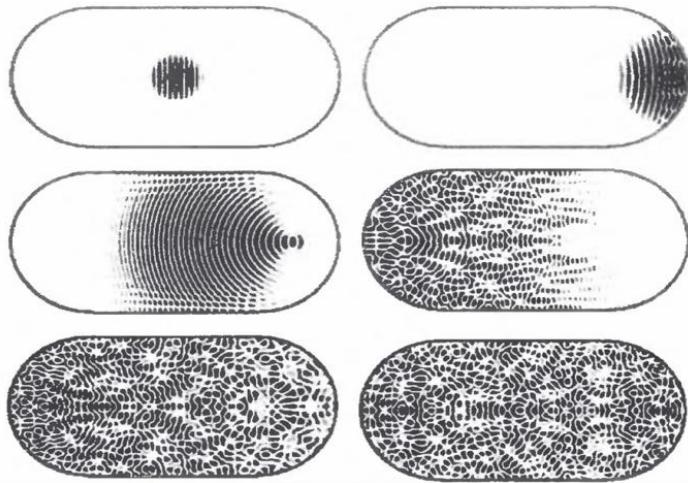


Рисунок 8 – Распространение волны, подчиняющейся
уравнению Шредингера отражающейся от стенок билльярда

Как и в случае колебаний пластин, уравнение Шредингера позволяет найти нормальные колебания в виде стоячих волн, обладающих характерными узорами узловых линий и пучностей, зависящими от формы границ билльярда (рисунок 9).

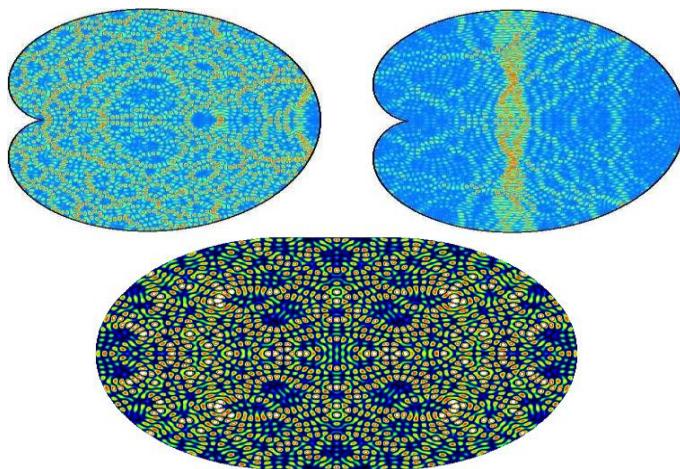


Рисунок 9 - Примеры профилей амплитуд колебаний в стоячих волнах
в хаотических квантовых билльярдах «улитка Паскаля» и «стадион»

Рисунки стоячих волн в интегрируемых и хаотических квантовых бильярдах качественно отличаются: интегрируемые бильярды показывают симметричные, упорядоченные узоры, в то время как в хаотических бильярдах рисунки стоячих волн запутанные и не показывают каких-либо видимых закономерностей (рисунок 10).

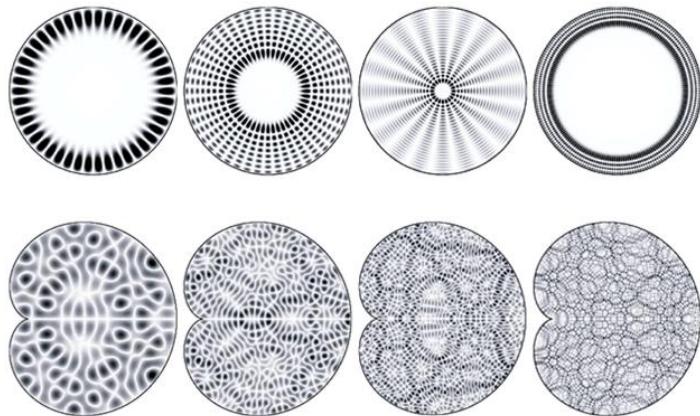


Рисунок 10 – Амплитуды колебаний в стоячих волнах интегрируемого круглого бильярда (верхний ряд) и хаотического бильярда в форме улитки Паскаля (нижний ряд)

Пересекаются или не пересекаются узловые линии:

Почему же узловые линии в хаотических бильярдах не пересекаются? В 1976 году математик Карен Уленбек доказала теорему, согласно которой узловые линии стоячих волн квантовых бильярдов, вообще говоря, и не должны пересекаться.

В упрощенном виде это можно показать следующим образом: допустим, что две узловые линии пересекаются в точке (x_0, y_0) . Чтобы такое произошло, функция $f(x, y)$, задающая зависимость амплитуды стоячей волны от координат, должна одновременно удовлетворять трем условиям (рисунок 11):

1) Она должна быть равна нулю в точке (x_0, y_0) , так как эта точка является узловой.

2) Если двигаться из точки (x_0, y_0) в направлении первой узловой линии, то $f(x, y)$ должна оставаться равной нулю.

3) Если двигаться из точки (x_0, y_0) в направлении второй узловой линии, то $f(x, y)$ также должна оставаться равной нулю.

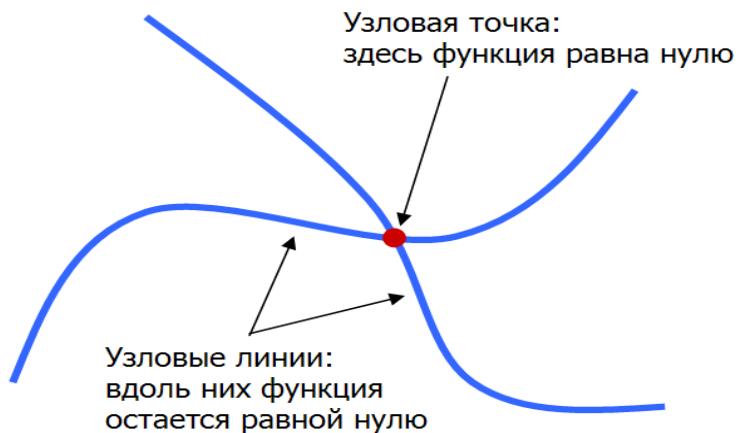


Рисунок 11 - Зависимость амплитуды стоячей волны от координат

Итого имеем три условия (или три уравнения), наложенные на функцию двух переменных $f(x, y)$. Как мы знаем, одного уравнения недостаточно для полного нахождения двух неизвестных x и y , двух уравнений для этого уже достаточно, а три уравнения – это слишком много. Система трех уравнений для двух неизвестных, вообще говоря, решений иметь не будет, если только нам случайно не повезет. Поэтому точки пересечения узловых линий могут существовать только в порядке исключения.

3. Описание установки по наблюдению фигуру Хладни

Для проведения опыта и воспроизведения фигур Хладни мне понадобилось собрать экспериментальную установку в составе:

- 1: Генератор звуковой частоты EDUSTRONG
- 2: Колонки SPK 35 defender
- 3: Круглый лист бумаги, где диаметр = 14.5 см



4. Эксперимент по обнаружению зависимости между получаемым изображением фигур и частотой

Для эксперимента потребуется динамик, круглый лист бумаги диаметром 14.5 см и сыпучий измельчённый материал, например цветной песок.

Ход работы:

Расположить динамик на ровной поверхности, на него положить круглый лист бумаги.

На бумагу насыпать тонким слоем песок. Лист должен быть без вмятин, иначе в них будет собираться песок.

Подключить динамик к звуковому генератору.

Поэтапно возбуждать динамик на частотах 400 Гц, 600 Гц, 800 Гц, 1000 Гц, 2000 Гц, 3000 Гц и наблюдать за получаемой картиной узлов и пучностей из песка. По ходу эксперимента можно заметить, что чем выше частоты, тем детальнее фигуры.

Эксперимент с данным видом сыпучего материала показал, возможность разделения на фракции путем воздействия колебаний многокомпонентных сыпучих составов. Во всех случаях отчетливо проявлялась зависимость количества и сложности узловых линий от частоты, чем выше частота, тем сложнее фигуры.

При уменьшении частоты звуковых колебаний картина распределения частиц песка становится более простой.

Наиболее «интересные» фигуры получились при частоте колебаний 3000, 2000 и 1000 Гц.

Данный эксперимент показал, что для получения фигур Хладни, необходимо дополнительное разравнивание песка при изменении частот колебаний.

Причинами этого являлись:

1. «Большая» масса песчинок.
2. Неровный лист бумаги

Для устранения первой причины было отрегулировано количество песка. Для устранения второй причины конструкция фиксации листа была изменена: Я закрепил лист бумаги в пяльцы.

Кроме того был изменен порядок работы с сыпучим материалом, вначале включалась установка, а затем на лист добавлялся песок.

Во всех случаях отчетливо проявлялась зависимость количества и сложности узловых линий от частоты, чем выше частота, тем сложнее фигуры.

При уменьшении частоты звуковых колебаний картина распределения частиц песка становится более простой.

При наблюдении за движением частиц сыпучей среды я увидел, что существует зависимость области концентрации частиц от их размера. Подключаем динамик к звуковому генератору. Поэтапно возбуждаем динамик на частотах 400Гц , 600Гц, 800Гц, 1000Гц, 2000Гц, 3000Гц и наблюдаем за получаемой картиной узлов и пучностей из песка. Образование картины происходит за 45сек - 3 мин.

Фигуры получались только в этом диапазоне. Когда частота ниже 400Гц динамик начинает “бить” по листу, из-за чего песок начинал “прыгать” по поверхности, впоследствии рисунок не складывался. Если частота выше 3000Гц, то изображение не сложится, из-за того что плотность листа будет слишком высокой для частоты.

Более крупные частицы собираются в местах, где маленькая амплитуда колебаний, то есть в узлах стоячей волны. А мельчайшие частицы собираются между узлами – в пучностях. Этую зависимость можно использовать для разделения частиц по размеру с помощью звука.



V=400 Гц

V=600 Гц

V=800 Гц

V=1000 Гц

V=2000 Гц

V=3000 Гц



3000 Гц



1000 Гц



2000 Гц

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исходя из исследования, можно сделать вывод, что визуализация звуковых волн является одним из красивейших зрелищ, которую можно увидеть своими глазами при помощи многих экспериментов.

В ходе исследовательской работы, нам удалось получить картину фигур Хладни и проверить, как меняется картина распределения узлов и пучностей сыпучего материала от частоты звуковой волны.

На основе изучения и методов проведены опыты, позволившие визуализировать звуковые волны при помощи простых материалов и методы получения и распределение амплитуды фигур Хладни. Выяснены зависимости между характеристиками звуковых волн. Так же исследование помогло понять, что изменение волн зависят от частоты вибрации, как и от амплитуды колебания. Чем больше частота, тем больше пучностей. Благодаря этому проекту Я научился конструировать экспериментальные установки и узнал много интересного о фигурах Хладни.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Холден, А. Хаос: как появилась новая наука, изменившая наше представление о мире / А. Холден. – Москва: Альпина нон-фикшн, 2023. – 392 с.
2. Шрёдер, М. Фракталы, хаос, степенные законы. Краткий ликбез / М. Шрёдер. – Москва: URSS, 2021. – 328 с.
3. Разгулин, Н. В. Хаос и структура в классической и квантовой механике. // Математическое моделирование и численные методы. – 2020. – № 2(26). – С. 3–36. – URL: https://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=mmod&paperid=1878&option_lang=rus (дата обращения: 15.12.2025).
4. Фигуры Хладни // compendium.su : [сайт]. – URL:<https://compendium.su/meditsina/fizioterapiya/stati/figury-hladni> (дата обращения: 15.12.2025).
5. Alligood, K. T., Sauer, T. D., & Yorke, J. A. Chaos: An introduction to dynamical systems. Springer Science & Business Media, 2022.